



Escola Estadual Joaquim Vilela de Oliveira Marcondes

**Material de Apoio e Lista de Exercícios**  
**Sistemas de Equações do 1º Grau**

Professor: **Danilo Kanno**

Guaratinguetá

# 1 Introdução Teórica

Um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas consiste em um conjunto de duas ou mais equações que devem ser satisfeitas simultaneamente. A forma geral de um sistema com duas equações e duas variáveis,  $x$  e  $y$ , é dada por:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Onde  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  e  $c_2$  são números reais.

A **solução** de um sistema desse tipo é um par ordenado  $(x, y)$  que torna ambas as igualdades verdadeiras ao mesmo tempo. Geometricamente, cada equação representa uma reta no plano cartesiano, e a solução do sistema é o ponto de intersecção dessas retas.

A seguir, apresentam-se os dois métodos algébricos mais utilizados para a resolução desses sistemas.

# 2 Método da Substituição

Este método consiste em isolar uma das incógnitas em uma das equações e substituir a expressão resultante na outra equação. O procedimento pode ser resumido nos seguintes passos:

- Escolhe-se uma das equações e isola-se uma das incógnitas (preferencialmente aquela cujo coeficiente seja 1 ou -1, para evitar frações).
- Substitui-se a expressão encontrada na outra equação. Desta forma, obtém-se uma equação do 1º grau com apenas uma incógnita.
- Resolve-se a equação resultante para encontrar o valor da primeira incógnita.
- Substitui-se o valor encontrado em qualquer uma das equações originais (ou na expressão isolada no passo 1) para determinar o valor da segunda incógnita.

**Exemplo 1. Resolução do sistema:**

$$\begin{cases} x + y = 12 & \text{(I)} \\ 3x - y = 20 & \text{(II)} \end{cases}$$

*Passo 1:* Isola-se  $y$  na equação (I):

$$y = 12 - x$$

*Passo 2:* Substitui-se essa expressão na equação (II):

$$3x - (12 - x) = 20$$

*Passo 3:* Resolve-se a equação para  $x$ :

$$3x - 12 + x = 20$$

$$4x = 20 + 12$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

*Passo 4:* Calcula-se  $y$  substituindo o valor de  $x$ :

$$y = 12 - 8 \implies y = 4$$

**Solução:**  $S = \{(8, 4)\}$

### 3 Método da Adição

O objetivo deste método é eliminar uma das incógnitas somando-se as duas equações membro a membro. Para que isso ocorra, os coeficientes de uma das incógnitas devem ser opostos (ex:  $2x$  e  $-2x$ ).

- a) Analisa-se o sistema para verificar se alguma incógnita já possui coeficientes opostos. Caso não possua, multiplicam-se uma ou ambas as equações por números convenientes para criar essa condição.
- b) Somam-se as duas equações membro a membro. Isso resultará em uma equação com apenas uma incógnita.
- c) Resolve-se a equação resultante.
- d) Substitui-se o valor encontrado em uma das equações originais para determinar a outra incógnita.

**Exemplo 2. Resolução do sistema:** 
$$\begin{cases} 2x + y = 5 & \text{(I)} \\ 5x - y = 9 & \text{(II)} \end{cases}$$

*Passo 1:* Nota-se que a incógnita  $y$  já possui coeficientes opostos ( $+y$  e  $-y$ ).

*Passo 2:* Somam-se as equações:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ + \quad 5x - y = 9 \\ \hline 7x \quad = 14 \end{array}$$

*Passo 3:* Resolve-se para  $x$ :

$$x = \frac{14}{7} \implies x = 2$$

*Passo 4:* Substitui-se  $x = 2$  na equação (I) para encontrar  $y$ :

$$\begin{aligned} 2(2) + y &= 5 \\ 4 + y &= 5 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

**Solução:**  $S = \{(2, 1)\}$

## 4 Modelagem de Problemas

Para resolver problemas contextualizados, deve-se traduzir a linguagem corrente para a linguagem matemática. Recomenda-se seguir o procedimento abaixo:

- Identificar as grandezas desconhecidas e atribuir letras a elas (usualmente  $x$  e  $y$ ).
- Relacionar essas grandezas de acordo com as informações do texto para montar duas equações distintas.
- Resolver o sistema formado utilizando o método da Substituição ou da Adição.

## 5 Interpretação Geométrica

Toda equação do 1º grau com duas variáveis, do tipo  $ax + by = c$ , pode ser representada geometricamente por uma reta no plano cartesiano. Dessa forma, resolver um sistema de equações equivale a encontrar, graficamente, o ponto comum às retas que representam essas equações.

Considerem-se as seguintes possibilidades quanto à posição relativa das retas:

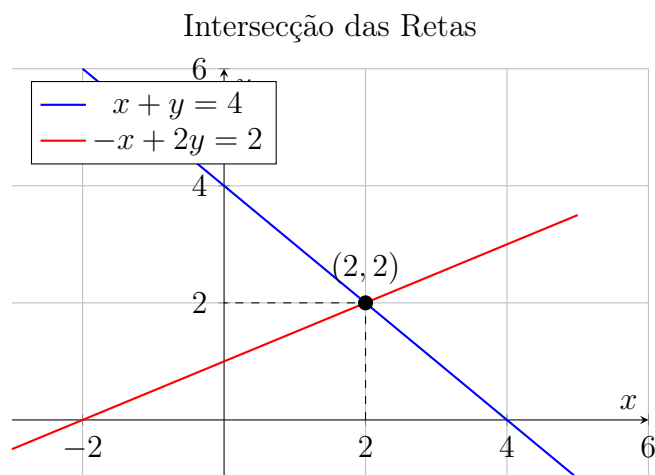
- a) **Retas concorrentes:** As retas cruzam-se em um único ponto  $(x, y)$ . Este ponto é a solução única do sistema (Sistema Possível e Determinado).
- b) **Retas paralelas distintas:** As retas não possuem pontos em comum. O sistema não tem solução (Sistema Impossível).
- c) **Retas coincidentes:** As retas sobrepõem-se, possuindo infinitos pontos em comum. O sistema admite infinitas soluções (Sistema Possível e Indeterminado).

**Exemplo 3. Resolução gráfica do sistema:** 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$$

Para traçar as retas, determinam-se dois pontos para cada equação:

- Para  $x + y = 4$  (Reta  $r$ ): Se  $x = 0 \implies y = 4$ . Se  $y = 0 \implies x = 4$ . Pontos:  $(0, 4)$  e  $(4, 0)$ .
- Para  $-x + 2y = 2$  (Reta  $s$ ): Se  $x = 0 \implies y = 1$ . Se  $y = 0 \implies x = -2$ . Pontos:  $(0, 1)$  e  $(-2, 0)$ .

Ao representar as retas no plano, observa-se o ponto de intersecção:



Nota-se, pela análise gráfica, que as retas se cruzam exatamente no par ordenado  $(2, 2)$ . Portanto, a solução do sistema é  $S = \{(2, 2)\}$ .

## 6 Exercícios

**Exercício 1.** Resolva os sistemas de equações pelo método da adição:

a) 
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - y = 16 \\ x + y = 74 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - y = 20 \\ 2x + y = 48 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 11x - y = 42 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} 3x + 3y = 21 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

i) 
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

j) 
$$\begin{cases} 5x + y = 5 \\ 10x - 2y = -2 \end{cases}$$

k) 
$$\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

l) 
$$\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$$

**Exercício 2.** Resolva os sistemas de equações pelo método da substituição:

a) 
$$\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} x = y - 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 4y = 12 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} 4x = 2y \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

i) 
$$\begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ 2x = y + 3 \end{cases}$$

j) 
$$\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

k) 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 10x + y = 20 \end{cases}$$

l) 
$$\begin{cases} y = 4 - 2x \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

**Exercício 3.** O dobro de um número aumentado de 15 é igual a 49. Qual é esse número?

**Exercício 4.** A soma de um número com o seu triplo é 48. Qual é esse número?

**Exercício 5.** Somando 5 anos ao dobro da idade de Sônia, obtemos 35 anos. Qual é a idade de Sônia?

**Exercício 6.** A soma das idades de Carlos e Mário é 40 anos. A idade de Carlos é  $\frac{3}{5}$  da idade de Mário. Qual a idade de Mário?

**Exercício 7.** Um número tem 4 unidades a mais que outro. A soma deles é 150. Quais são os números?

**Exercício 8.** Fábria tem 5 anos a mais que Marcela. A soma da idade de ambas é igual a 39 anos. Qual a idade de cada uma?

**Exercício 9.** A soma de dois números é igual a 37 e a diferença é 13. Quais são esses números?

**Exercício 10.** As idades de três irmãos somam 99 anos. Sabendo-se que o mais jovem tem um terço da idade do mais velho e o segundo irmão tem a metade da idade do mais velho, qual a idade do mais velho? Qual a idade do mais jovem?

**Exercício 11.** O João tem 4 euros para adquirir 20 selos de correio. Vai comprar selos de 0,12 euros e 0,25 euros. Quantos selos de cada um destes preços poderá comprar?

**Exercício 12.** Daqui a dois anos a idade de um pai será o triplo da idade do seu filho. Hoje, a soma das suas idades é 48. Que idade tem atualmente cada um?

**Exercício 13.** Um número é constituído por dois algarismos cuja soma é 9. O algarismo das dezenas excede em 3 unidades o dobro do algarismo das unidades. Calcula o número.

**Exercício 14.** Um retângulo tem de perímetro 188 m. Calcula as suas dimensões sabendo que a diferença das duas é de 20m.

**Exercício 15.** No estacionamento do André há automóveis e motos. Sabendo que há 40 rodas e que o número de automóveis é o dobro de motos, determina quantos automóveis e quantas motos estão neste estacionamento.

**Exercício 16.** Um pai tem o triplo da idade do filho. A diferença entre a idade do pai e o quádruplo da idade do filho é 4 anos. Que idade tem cada um?