



Nome Completo:

Nº:

Turma:  
9º Ano A

Professor: Danilo Kanno

Disciplina: Matemática

Data: / /

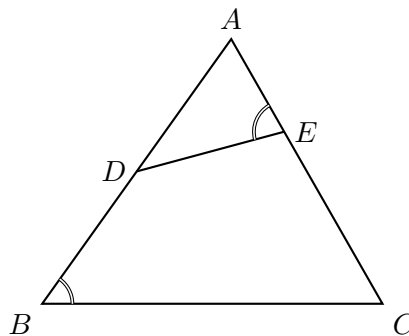
Instruções: 1) A prova deverá ser feita com letra legível. 2) É proibido qualquer consulta na hora da prova. 3) A duração será de duas aulas. 4) **TODAS** as questões devem ser justificadas; questões sem justificativa não serão consideradas.

**EXTRA**

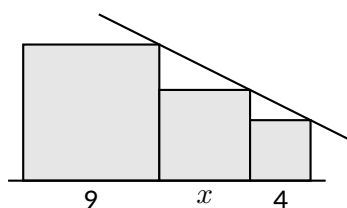
**ATENÇÃO!** Escolha **UMA** questão para valer pontos **DOBRADOS**. Questão nº:

1) (1 ponto) Um prédio projeta no solo uma sombra de 30m de extensão no mesmo instante em que uma pessoa de 1,80m projeta uma sombra de 2,0m. Pode-se afirmar que a altura do prédio vale

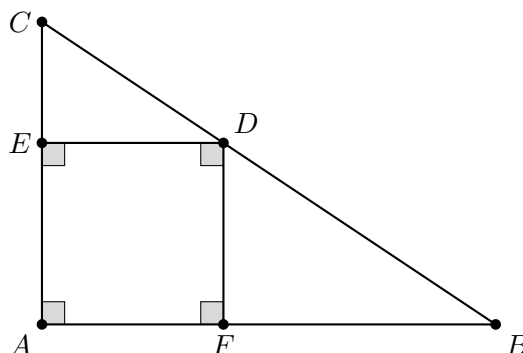
2) (1 ponto) Considere o triângulo  $ABC$  abaixo. O segmento  $\overline{DE}$  foi traçado de tal forma que o ângulo  $\widehat{AED}$  é congruente ao ângulo  $\widehat{ABC}$ . Sabendo que  $AE = 6$ ,  $AD = 4$  e  $AB = 12$ , determine a medida do lado  $\overline{AC}$ .



3) (1,5 ponto) Determine  $x$  na figura abaixo, na qual existem três quadrados de lado 9,  $x$  e 4.

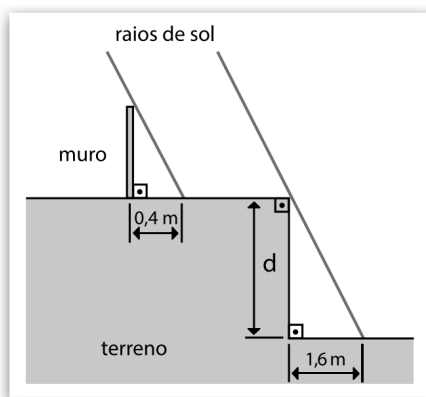


4) (1 ponto) Na figura abaixo, temos  $AC = 4$  e  $AB = 6$ . Determine o perímetro do quadrado  $AEDF$ .



5) (1,5 ponto) Seja um triângulo  $ABC$  é retângulo em  $B$ . Seja um segmento  $\overline{DE}$ , perpendicular ao lado  $\overline{AC}$  com  $D$  pertencente à reta  $AC$  e  $E$  pertencente à reta  $BC$ . Sabendo que  $\overline{AB} = 18$ ,  $\overline{BC} = 24$  e  $\overline{CD} = 10$ , calcule a medida do segmento  $\overline{DE}$ .

6) (ETEC 2019 - ADAPTADA - 1,5 ponto) Sem dispor de uma trena de comprimento suficiente, um pedreiro determinou a medida do desnível ( $d$ ) de um terreno, valendo-se da propriedade da propagação retilínea da luz. Observou que, em determinado momento do dia, um muro vertical de 1,5 m de altura, construído na parte alta do terreno, projetava uma sombra de 0,4 m sobre a parte superior do terreno, que era plana e horizontal. No mesmo instante, o desnível do terreno projetava sobre a parte mais baixa, igualmente horizontal, uma sombra de 1,6 m, conforme a figura.



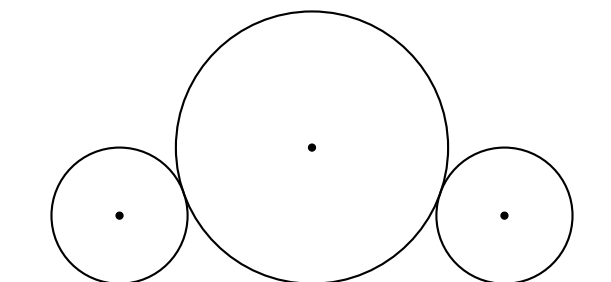
Com suas observações, foi capaz de deduzir corretamente que o desnível do terreno era de:

7) (ETEC 2017 - ADAPTADA - 1,5 ponto) Produzir sombras na parede é uma brincadeira simples. Para brincar, basta que você providencie uma vela e um ambiente escuro. Em certa noite, quando a luz havia acabado, Fernando e seu irmãozinho, aproveitaram a luz de uma vela acesa deixada sobre a mesa para brincarem com sombras. Posicionou, cuidadosamente, sua mão espalmada entre a chama e a parede, de forma que a palma da mão estivesse paralela à parede. A ação assustou seu irmãozinho, uma vez que a sombra projetada na parede tinha cinco vezes a largura da mão espalmada de Fernando. Sabendo que a distância da mão de Fernando até a chama da vela era de 0,5 m e que a largura de sua mão quando espalmada é de 20 cm, a distância entre a parede e a chama da vela (considerada puntiforme), era de:

8) (RECAPITULANDO - 1 ponto) Simplifique a expressão abaixo considerando  $n \in \mathbb{Z}$

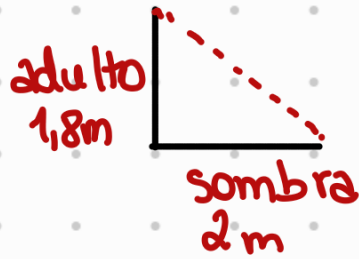
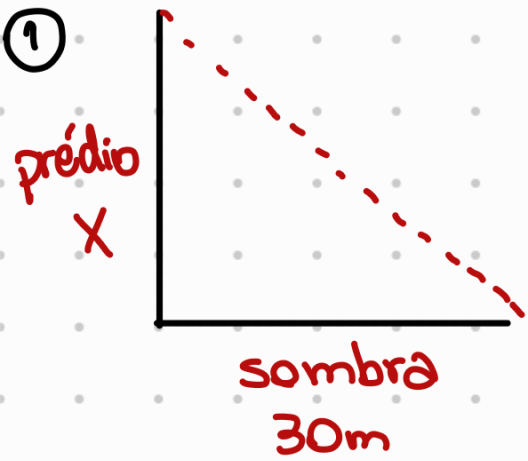
$$\frac{5^{n+2} + 5^{n+1} + 5^n}{5^{n-1} + 5^{n-2} + 5^{n-3}}$$

9) (BÔNUS - 2 pontos) Na figura, o raio da circunferência maior mede  $R$  e o das circunferências menores, que são congruentes, mede  $r$ . A reta é tangente às três circunferências. Determine, em função de  $R$  e  $r$ , a distância entre os centros das circunferências menores.



# Gabarito

①



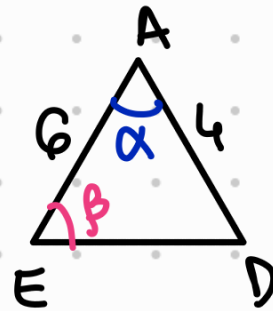
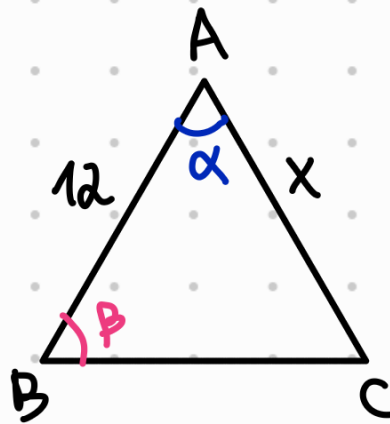
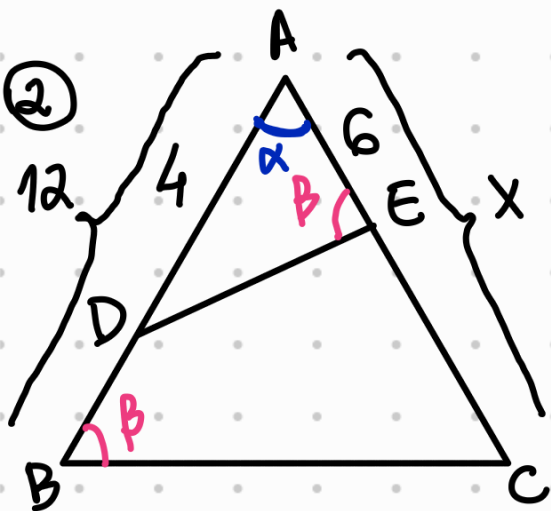
$$\frac{x}{1,8} = \frac{30}{2}$$

$$\frac{x}{1,8} = 15$$

$$x = 15 \cdot 1,8$$

$$x = 27m$$

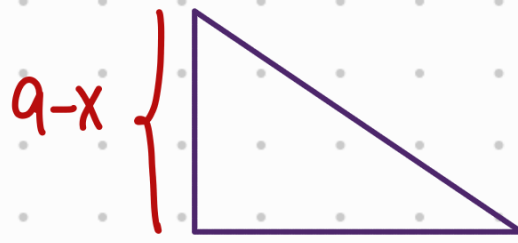
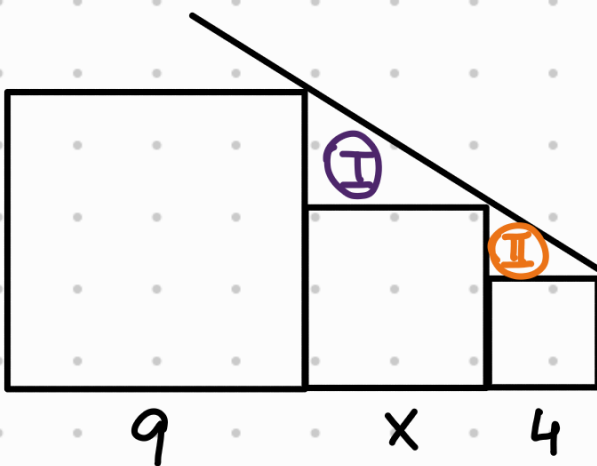
②



$$\frac{x}{4} = \frac{12}{6} \Rightarrow \frac{x}{4} = 2 \Rightarrow x = 4 \cdot 2$$

$$x = 8$$

③



$$\frac{x}{4} = \frac{9-x}{x-4}$$

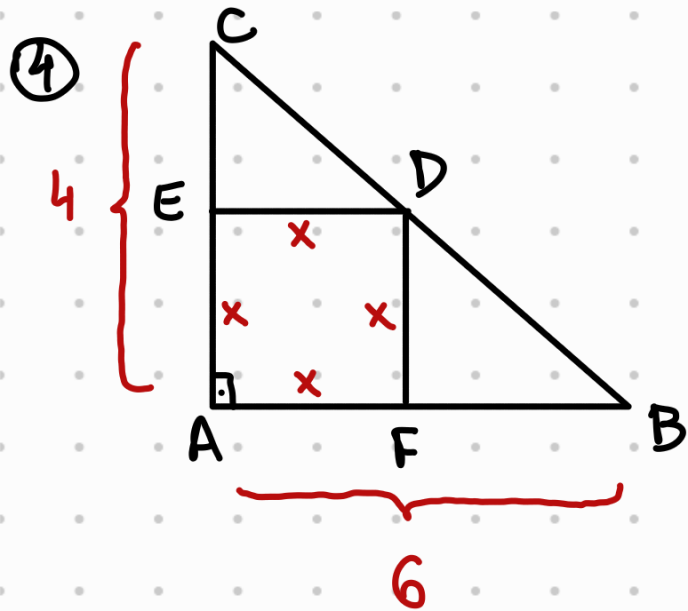
$$x(x-4) = 4(9-x)$$

$$x^2 - 4x = 36 - 4x$$

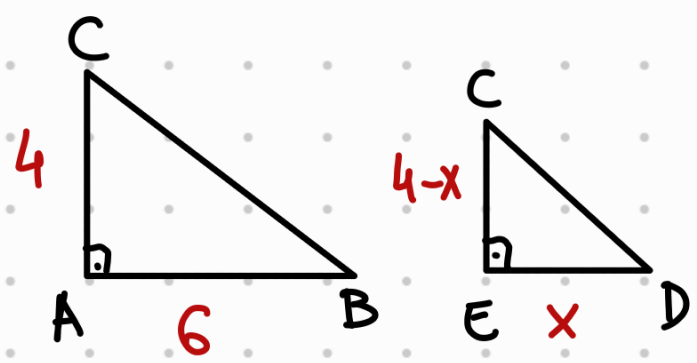
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm \sqrt{36}$$

$$x = 6$$



$4 \cdot 2,4 = 9,6$



$$\frac{x}{6} \neq \frac{4-x}{4}$$

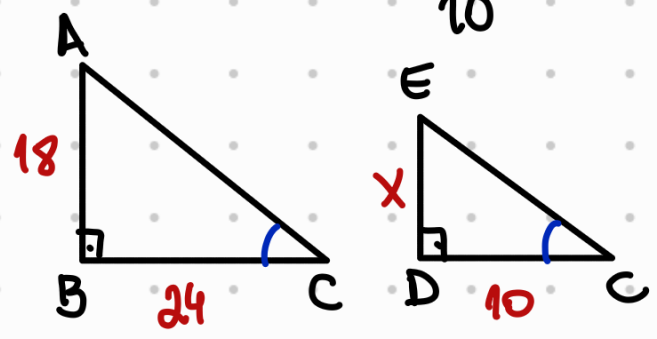
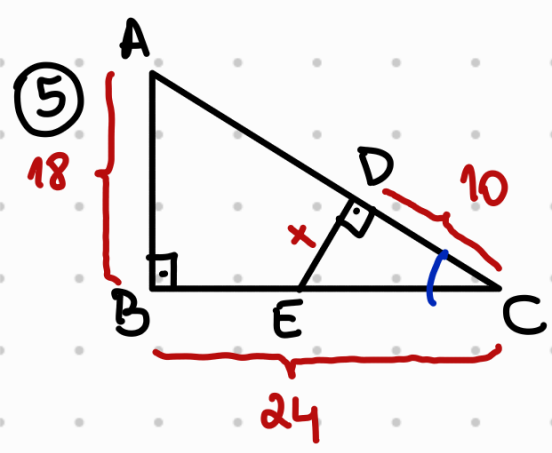
$$4x = 6 \cdot (4-x)$$

$$4x = 24 - 6x$$

$$4x + 6x = 24$$

$$10x = 24$$

$x = \frac{24}{10} \Rightarrow x = 2,4$

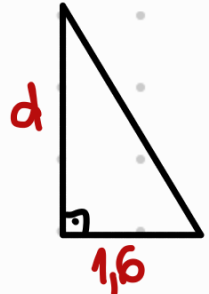
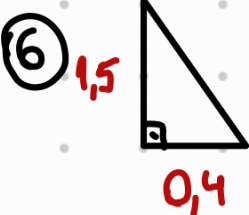


$$\frac{x}{18} \neq \frac{10}{24}$$

$$x = \frac{10 \cdot 18}{24} \cdot 6$$

$$x = \frac{10 \cdot 3}{4 \cdot 2}$$

$x = \frac{5 \cdot 3}{2} \Rightarrow x = \frac{15}{2} \Rightarrow x = 7,5$



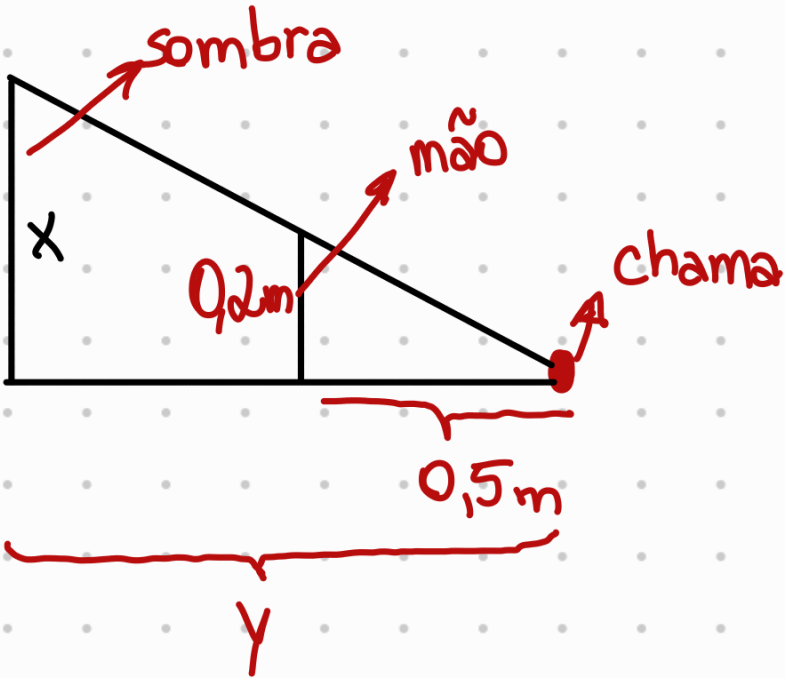
$$\frac{d}{1,5} = \frac{1,6}{0,4}$$

$$d = \frac{1,6 \cdot 1,5}{0,4} \cdot 10$$

$$d = \frac{16 \cdot 1,5}{4} \Rightarrow d = 4 \cdot 1,5$$

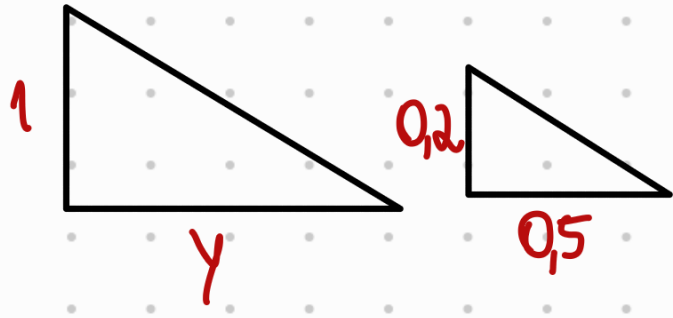
**d = 6 m**

⑦



$x = 5 \cdot 0,2 \rightarrow$  cinco vezes o tamanho da mão

$x = 1 m$



$$\frac{y}{0,5} = \frac{1}{0,2}$$

$$y = \frac{1 \cdot 0,5}{0,2} \cdot 10$$

$$y = \frac{1 \cdot 5}{2} \Rightarrow y = 2,5 m$$

⑧ Recapitulando.

$$\frac{5^{n+2} + 5^{n+1} + 5^n}{5^{n-1} + 5^{n-2} + 5^{n-3}} = \frac{5^n \cdot 5^2 + 5^n \cdot 5^1 + 5^n}{5^n \cdot 5^{-1} + 5^n \cdot 5^{-2} + 5^n \cdot 5^{-3}}$$

$$= \frac{\cancel{5^n} \cdot (5^2 + 5^1 + 1)}{\cancel{5^n} \cdot (5^{-1} + 5^{-2} + 5^{-3})}$$

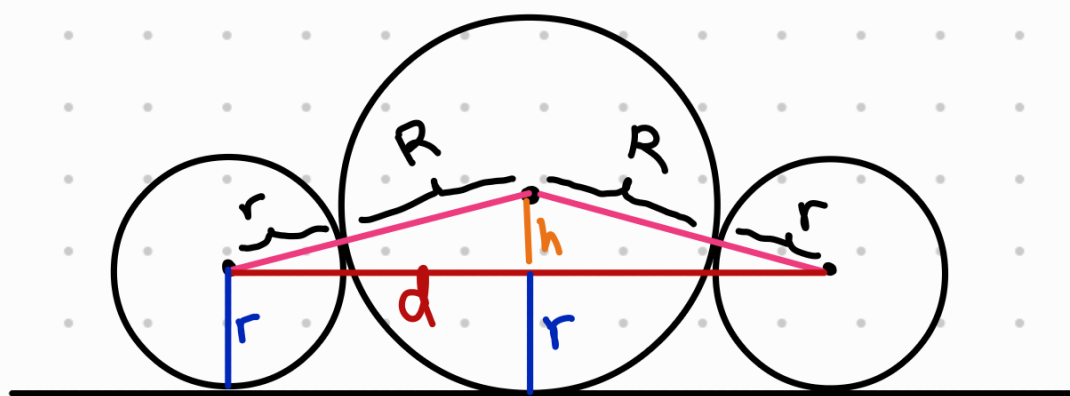
$$= \frac{25 + 5 + 1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125}}$$

$$= \frac{31}{\frac{25}{125} + \frac{5}{125} + \frac{1}{125}}$$

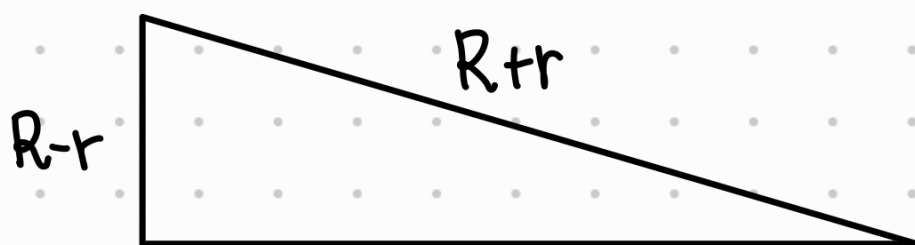
$$= \frac{31}{\frac{31}{125}}$$

$$= \frac{\cancel{31}}{\cancel{31} / 125} = 125$$

# ⑨ Bônus



$$h = R - r$$



$$\frac{d}{2}$$

$$(R-r)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (R+r)^2$$

$$\cancel{R^2} - 2Rr + \cancel{r^2} + \frac{d^2}{4} = \cancel{R^2} + 2Rr + \cancel{r^2}$$

$$\frac{d^2}{4} = 2Rr + 2Rr$$

$$\frac{d^2}{4} = 4Rr \Rightarrow d^2 = 4 \cdot 4Rr$$

$$d^2 = 16Rr$$

$$d = \sqrt{16Rr} \Rightarrow d = 4\sqrt{Rr}$$